ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ ΣΤΕΡΕΑΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

1. Δημιουργείστε ένα πρόγραμμα που να υπολογίζει τον μέσο όρο N τυχαίων αριθμών που να προκύπτουν από μια ομαλή κατανομή τυχαίων αριθμών και που να βρίσκονται στο διάστημα [0,1]. Το πρόγραμμα πρέπει να τρέξει για N = 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000 τυχαίους αριθμούς. Κάντε την γραφική παράσταση του μέσου όρου ως συνάρτηση του N (ο άξονας των N θα πρέπει να είναι σε λογαριθμική κλίμακα). Περιγράψτε τι συμπεράσματα βγάζετε από τα αποτελέσματα σας. Ως αρχικό seed χρησιμοποιείστε τον αριθμό μητρώου σας (όπως και σε όλες τις επόμενες ασκήσεις).

2.

a. Δημιουργείστε ένα πρόγραμμα στο οποίο ένα σωματίδιο θα εκτελεί μια τυχαία διαδρομή για N=1000 βήματα για τις δυο ακόλουθες περιπτώσεις: (α) σε ένα μονοδιάστατο σύστημα (β) σε ένα διδιάστατο σύστημα. Το πρόγραμμα θα πρέπει να υπολογίζει την τετραγωνική μετατόπιση R^2. Τρέξτε το πρόγραμμα για 100000 πραγματοποιήσεις (runs) και βρείτε την μέση τετραγωνική μετατόπιση $<R^2>$.

b. Απαντήστε στα ίδια ερωτήματα, μόνο που αυτή τη φορά θεωρείστε το χώρο δισδιάστατο και συνεχή. Το σωματίδιο θα έχει τη δυνατότητα να κινηθεί σε οποιαδήποτε κατεύθυνση με διακριτότητα μίας μοίρας (πχ. σε κάθε βήμα, επιλέγεται τυχαία μια ακέραια τιμή στο **[0, 360)**). Οι θέσεις να έχουν ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων (π.χ. 25.32, 44.76). Συγκρίνετε τα αποτελέσματα με αυτά του διακριτού χώρου και αναλύστε τα συμπεράσματα σας.

3. Θεωρείστε πλέγμα 2 διαστάσεων 201 x 201 και τοποθετείστε αρχικά στο κέντρο ένα σωματίδιο. Στη συνέχεια, επιλέξτε ένα νέο σωματίδιο και τοποθετείστε το τυχαία σε μια περιοχή εντός του πλέγματος. Το νέο σωματίδιο εκτελεί τυχαίο περίπατο μέχρι να συμβεί ένα από τα παρακάτω ενδεχόμενα: (α) καταλαμβάνει μία θέση "δίπλα" στο κεντρικό σωματίδιο (β) φεύγει αρκετά μακριά από την αρχική περιοχή (βγαίνει εκτός πλέγματος). Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για N=10000 σωματίδια, εξασφαλίζοντας ότι αρχικά τοποθετούνται σε θέση του πλέγματος που δεν έχει καταληφθεί. Απεικονίστε την κατάσταση του συστήματος στο τέλος της διεργασίας.

4. Για τα δεδομένα της άσκησης 3, προσπαθήστε να προσδιορίστε την μορφοκλασματική διάσταση (fractal dimension) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο box counting. Σύμφωνα με αυτή, αρχικά επιλέγετε μία κατειλλημένη θέση στο πλέγμα τυχαία και προσαρμόζεται γύρω από αυτή ένα τετραγωνικό όριο, διάστασης l ($l << L$). Σημειώνουμε την πυκνότητα των κατηλλειμένων σημείων εντός της επιλεγείσας περιοχής. Στη συνέχεια, αυξάνοντας το l, επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία. Από τη θεωρία, είναι γνωστό ότι το πλήθος των κατειλημμένων θέσεων ακολουθεί μία σχέση της μορφής $M \sim l^{df}$, με df τη μορφοκλασματική διάσταση. Επομένως, απεικονίζοντας σε ένα διάγραμμα log-log την ποσότητα M για τις διάφορες τιμές του l, βρίσκουμε από την κλίση την df. *Ωστόσο,* για να μπορούμε να επικαλεστούμε ότι το αποτέλεσμά μας είναι το σωστό, πρέπει να επιλέξουμε και άλλες περιοχές. Συνεπώς, επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία αυτή N φορές και υπολογίζουμε κάθε φορά με τον ίδιο τρόπο την df. Στο τέλος, θα έχουμε ένα σύνολο N τιμών από τις οποίες μπορούμε να υπολογίσουμε τον μέσο όρο και την τυπική απόκλιση, που αποτελούν και το ζητούμενο της άσκησης.

Υποσημείωση: Για τις ασκήσεις 3 και 4, ανατρέξτε στη δημοσιευμένη εργασία
T.A.Witten, L.M.Sander, "Diffusion-Limited Aggregation, a Kinetic Critical Phenomenon", PRL vol 47, no 19, 1981