Computational Physics

ΠΡΟΧΩΡΗΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

1. Δημιουργείστε ένα πρόγραμμα που να υπολογίζει τον μέσο όρο N τυχαίων αριθμών που να προκύπτουν από μια ομαλή κατανομή τυχαίων αριθμών και που να βρίσκονται στο διάστημα [0,1]. Το πρόγραμμα πρέπει να τρέξει για N = 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000 τυχαίους αριθμούς. Κάντε την γραφική παράσταση του μέσου όρου ως συνάρτηση του N (ο άξονας των N θα πρέπει να είναι σε λογαριθμική κλίμακα). Περιγράψτε τι συμπεράσματα βγάζετε από τα αποτελέσματα σας. Ως αρχικό seed χρησιμοποιείστε τον αριθμό μητρώου σας (όπως και σε όλες τις επόμενες ασκήσεις).

2.

a. Δημιουργείστε ένα πρόγραμμα στο οποίο ένα σωματίδιο θα εκτελεί μια τυχαία διαδρομή για N=1000 βήματα για τις δυο ακόλουθες περιπτώσεις: (α) σε ένα μονοδιάστατο σύστημα (β) σε ένα διδιάστατο σύστημα. Το πρόγραμμα θα πρέπει να υπολογίζει την τετραγωνική μετατόπιση R^2. Τρέξτε το πρόγραμμα για 100000 πραγματοποιήσεις (runs) και βρείτε την μέση τετραγωνική μετατόπιση $<R^2>$.

b. Απαντήστε στα ίδια ερωτήματα, μόνο που αυτή τη φορά θεωρείστε το χώρο δισδιάστατο και συνεχή. Το σωματίδιο θα έχει τη δυνατότητα να κινηθεί σε οποιαδήποτε κατεύθυνση με διακριτότητα μίας μοίρας (πχ. σε κάθε βήμα, επιλέγεται τυχαία μια ακέραια τιμή στο **[0, 360)**). Οι θέσεις να έχουν ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων (π.χ. 25.32, 44.76). Συγκρίνετε τα αποτελέσματα με αυτά του διακριτού χώρου και αναλύστε τα συμπεράσματα σας.

3. Δημιουργείστε ένα πρόγραμμα που να παράγει N=10.000 τυχαίους αριθμούς που να προκύπτουν από μια ομαλή κατανομή και που να βρίσκονται στο διάστημα [0,1]. Στην συνέχεια με την βοήθεια των σημειώσεων που θα βρείτε αναρτημένες στην σελίδα μετατρέψτε την κατανομή σε Power-law κατανομή στο διάστημα $[10,10^6]$ με γ=3. Απεικονίστε τα αποτελέσματά σας σε διάγραμμα όπου να φαίνεται καθαρά η λογαριθμική κατανομή μαζί με την θεωρητικά αναμενόμενη καμπύλη. Σχολιάστε τα ευρήματά σας.

4. Δημιουργείστε ένα δίκτυο Erdos-Renyi με N=10.000 κόμβους. Αυτά είναι δίκτυα με τυχαίο αριθμό συνδέσεων. Εφαρμόσετε τον κανόνα ότι μεταξύ δυο κόμβων υπάρχει μια πιθανότητα p=0.15 να υπάρχει σύνδεση. Βρείτε των αριθμό συνδέσεων k κάθε κόμβου. Κάντε την γραφική παράσταση της κατανομής των k, P(k) σε συνάρτηση με το k και υπολογίστε την μέση τιμή του k. Τα αποτελέσματα θα πρέπει να είναι μέσοι όροι από 1000 προσομοιώσεις.

5. Δημιουργείστε ένα πρόγραμμα στο οποίο ένα σωματίδιο θα εκτελεί μια τυχαία διαδρομή για t=1000 βήματα για τις δυο ακόλουθες περιπτώσεις: (α)σε ένα μονοδιάστατο σύστημα (β)σε ένα διδιάστατο σύστημα. Το πρόγραμμα θα πρέπει να υπολογίζει το $<S>$ όπου S ο αριθμός των πλεγματικών θέσεων που το σωματίδιο επισκέφτηκε τουλάχιστον μια φορά. Θα πραγματοποιήσετε 10.000 προσομοιώσεις και θα βρείτε 10 σημεία (ένα κάθε 100 βήματα, από 0 μέχρι 1000), τα οποία θα είναι οι μεσοί όροι των 10.000 προσομοιώσεων. Κάνετε την γραφική παράσταση του $<S>$ ως συνάρτηση του χρόνου t.

6. Δημιουργείστε ένα πρόγραμμα στο οποίο έχετε ένα πλέγμα 2 διαστάσεων με μέγεθος 500x500. Στο πλέγμα αυτό βάλτε σε τυχαίες θέσεις ένα αριθμό από μόρια παγίδες, τα οποία θα έχουν συγκέντρωση c. Ακολούθως τοποθετείστε 1 σωματίδιο σε μία τυχαία θέση στο πλέγμα, και αφήσετε το σωματίδιο να εκτελέσει μία τυχαία διαδρομή (random walk). Στην διαδρομή αυτή δεν θα βάλετε περιορισμό στον χρόνο, δηλ. δεν θα δηλώσετε ένα συγκεκριμένο αριθμό βημάτων. Η διαδρομή θα σταματά όταν το σωματίδιο τύχει κατά την κίνηση του να πέσει μέσα σε μία παγίδα. Ο χρόνος που χρειάστηκε για να γίνει αυτό είναι ο χρόνος παγίδευσης. Κάνετε 100.000 προσομοιώσεις, κρατείστε τους χρόνους παγίδευσης, και κάνετε την κατανομή των χρόνων αυτών. Προσοχή στις οριακές συνθήκες. Θα πρέπει όταν το σωματίδιο φθάνει στα άκρα του πλέγματος να μην επιτρέπεται να φύγει εκτός πλέγματος, αλλά να παραμείνει μέσα, είτε επιστρέφοντας στην προηγούμενη θέση, είτε να τοποθετείται κυκλικά στην απέναντι πλευρά του πλέγματος. Τρέξτε το πρόγραμμα για $c=10^{-2}$ και $c=10^{-3}$. Βάλτε τις 2 κατανομές στην ίδια γραφική παράσταση και συγκρίνετε τα αποτελέσματα σας με τις θεωρητική προσέγγιση Rosenstock, για την οποία ισχύει:

$$\Phi(t) = (1 - \mathrm{c})^{<S(t)>}$$

όπου $\Phi(t)$ ο χρόνος παγίδευσης και $<S(t)>$ ο μέσος αριθμός των πλεγματικών θέσεων που το σωματίδιο επισκέφτηκε τουλάχιστον μια φορά.