

4. Ο αισθητήρας (perceptron)

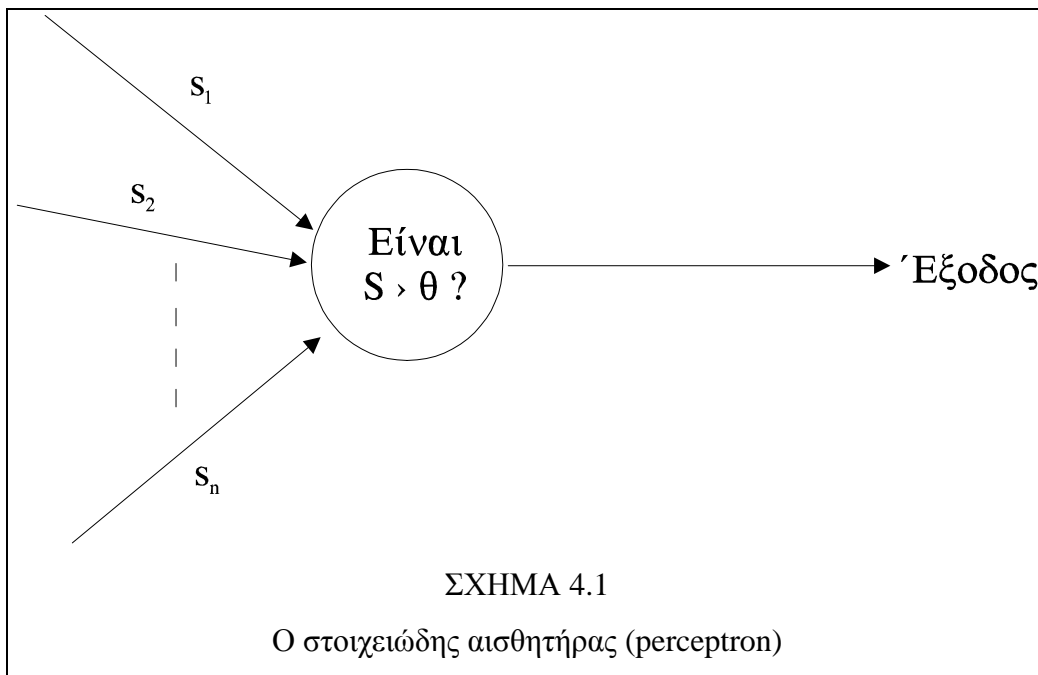
Σκοπός:

Προσδοκώμενα αποτελέσματα:

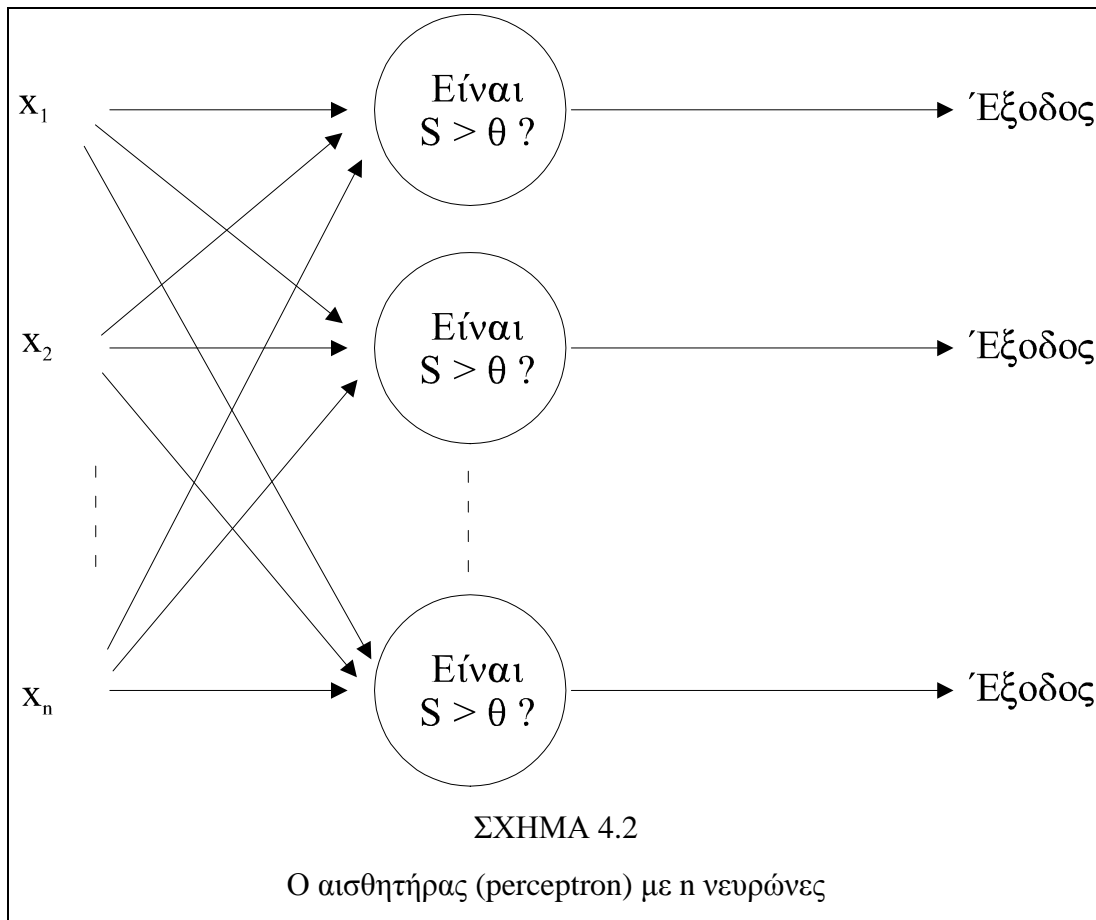
Λέξεις Κλειδιά:

Το μοντέλο του αισθητήρα (perceptron) είναι από τα πρώτα μοντέλα νευρωνικών δικτύων που αναπτύχθηκαν, και έδωσαν μεγάλη ώθηση χάρη στις επιτυχίες που είχε από την αρχή. Βέβαια καθ' όσον οι γνώσεις μας για το νευρικό σύστημα του ανθρώπου προόδευαν, οι πρώτες αυτές προσπάθειες φαίνεται ότι ήταν πολύ απλοϊκές. Σήμερα υπάρχουν πολλές παραλλαγές με διαφορετικές και περίπλοκες νευρωνικές δομές. Η πιο απλή είναι ο λεγόμενος στοιχειώδης αισθητήρας (elementary perceptron), γιατί αποτελείται από ένα μόνο νευρώνα, και είναι το πιο απλό αυτοδύναμο σύστημα που υπάρχει και επιτελεί μία ορισμένη διεργασία.

Ο μοναδικός νευρώνας του συστήματος έχει έναν ορισμένο αριθμό συνδέσεων που προέρχονται από άλλους νευρώνες (τους οποίους όμως δεν εξετάζουμε), όπως



φαίνονται στο σχήμα 4.1. Το πολύ απλό αυτό πρότυπο μπορεί να κάνει διάφορα χρήσιμα πράγματα. Ο νευρώνας είναι ο κύκλος και οι συνδέσεις του οι διάφορες



Ένας αισθητήρας με πιο περίπλοκη δομή δίδεται στο σχήμα 4.2. Εδώ έχουμε n νευρώνες, αντί για έναν μόνο που έχει ο στοιχειώδης αισθητήρας. Στην πιο γενική περίπτωση έχουμε πλήρη συνδεσμολογία, δηλ. κάθε εισερχόμενο σήμα x_i παρουσιάζεται και στους n νευρώνες, με διαφορετικό βάρος κάθε φορά. Η διαδικασία σύγκρισης με το κατώφλι θ είναι η ίδια όπως και στο απλό μοντέλο, αλλά εδώ έχουμε μια πλειάδα από εξόδους, των οποίων ο αριθμός είναι n , όσο δηλ. και ο αριθμός των νευρώνων. Υπάρχουν και διάφορα άλλα παρόμοια μοντέλα, που ονομάζονται επίσης συλλογικά αισθητήρες, και μερικά είναι πιο περίπλοκα από τα παραπάνω, αλλά ο μηχανισμός λειτουργίας τους είναι ο ίδιος όπως αυτόν που είδαμε.

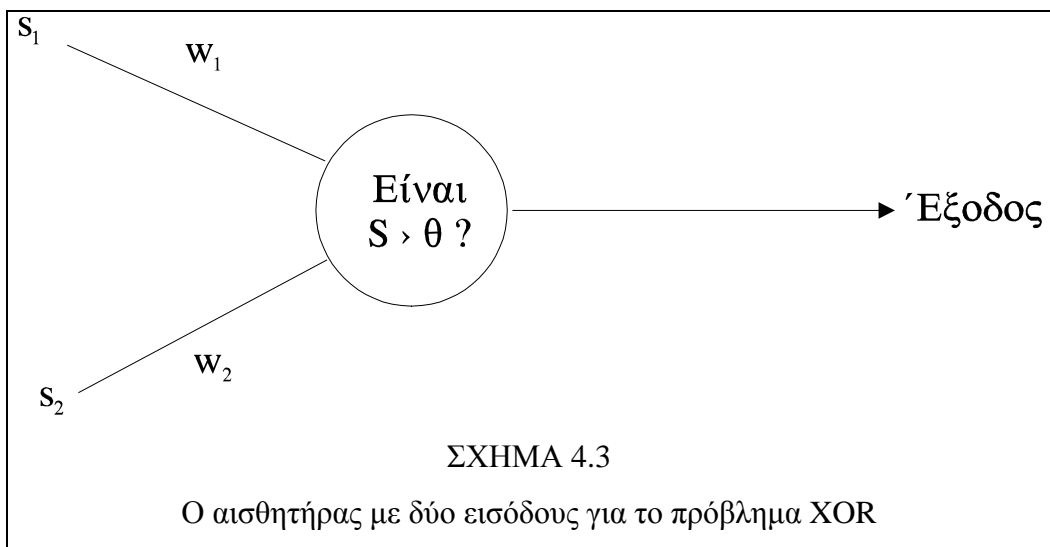
4.1 Το πρόβλημα της αποκλειστικής διάζευξης (exclusive-or)

Ένα από τα πιο γνωστά προβλήματα των νευρωνικών δικτύων είναι το πρόβλημα της συνάρτησης X-OR (exclusive-or), συνάρτηση της αποκλειστικής διάζευξης, όπως λέγεται. Η συνάρτηση αυτή δέχεται δύο εισόδους και δίδει μία έξοδο. Οι εισοδοί και η έξοδος μπορεί να είναι 0 ή 1 μόνον, και ισχύει ο εξής

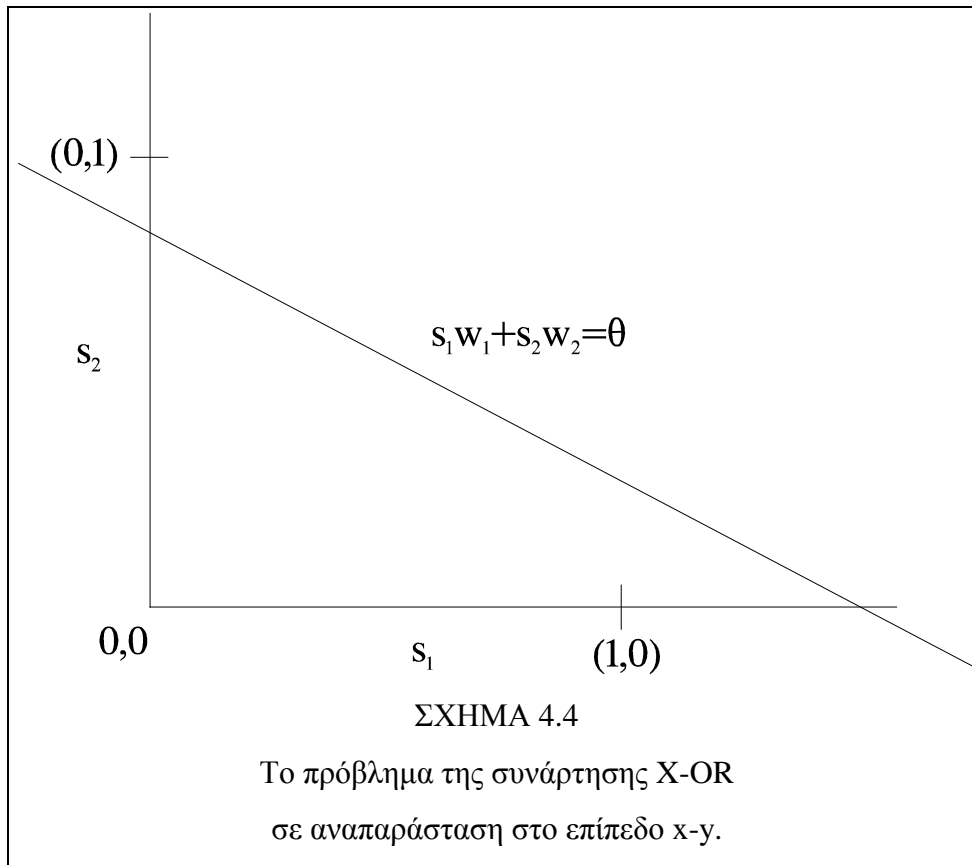
περιορισμός: Εάν και οι δύο εισόδοι είναι ίδιες τότε η έξοδος είναι 0, εάν είναι διαφορετικές τότε η έξοδος είναι 1. Οι όροι αυτοί συνοψίζονται στον πίνακα 4.1.

Πίνακας 4.1		
Η συνάρτηση X-OR		
Είσοδος 1	Είσοδος 2	Έξοδος
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Εάν χρησιμοποιήσουμε τον στοιχειώδη αισθητήρα με δύο εισόδους και μία



έξοδο τότε έχουμε το σχήμα 4.3, που είναι μία ειδική περίπτωση του σχήματος 4.2. Χρησιμοποιώντας το απλό αυτό δίκτυο όλοι οι δυνατοί συνδιασμοί αναπαρίστανται στο διάγραμμα του σχήματος 4.4, στο επίπεδο x-y, όπου οι δύο άξονες είναι οι δύο εισόδοι s_1 και s_2 . Στο δίκτυο του σχήματος 4.3, κάθε φορά που έρχονται οι δύο εισόδοι s_1 και s_2 τίθεται το ερώτημα της σύγκρισης μεταξύ του S και του θ . Θέλουμε το δίκτυο να δίνει έξοδο=0 όταν το S είναι $S < 0.5$, και να δίνει έξοδο=1 όταν $S > 0.5$. Βλέπουμε όμως καθαρά ότι δεν υπάρχει κανένας συνδιασμός τιμών των w_1 και w_2 που

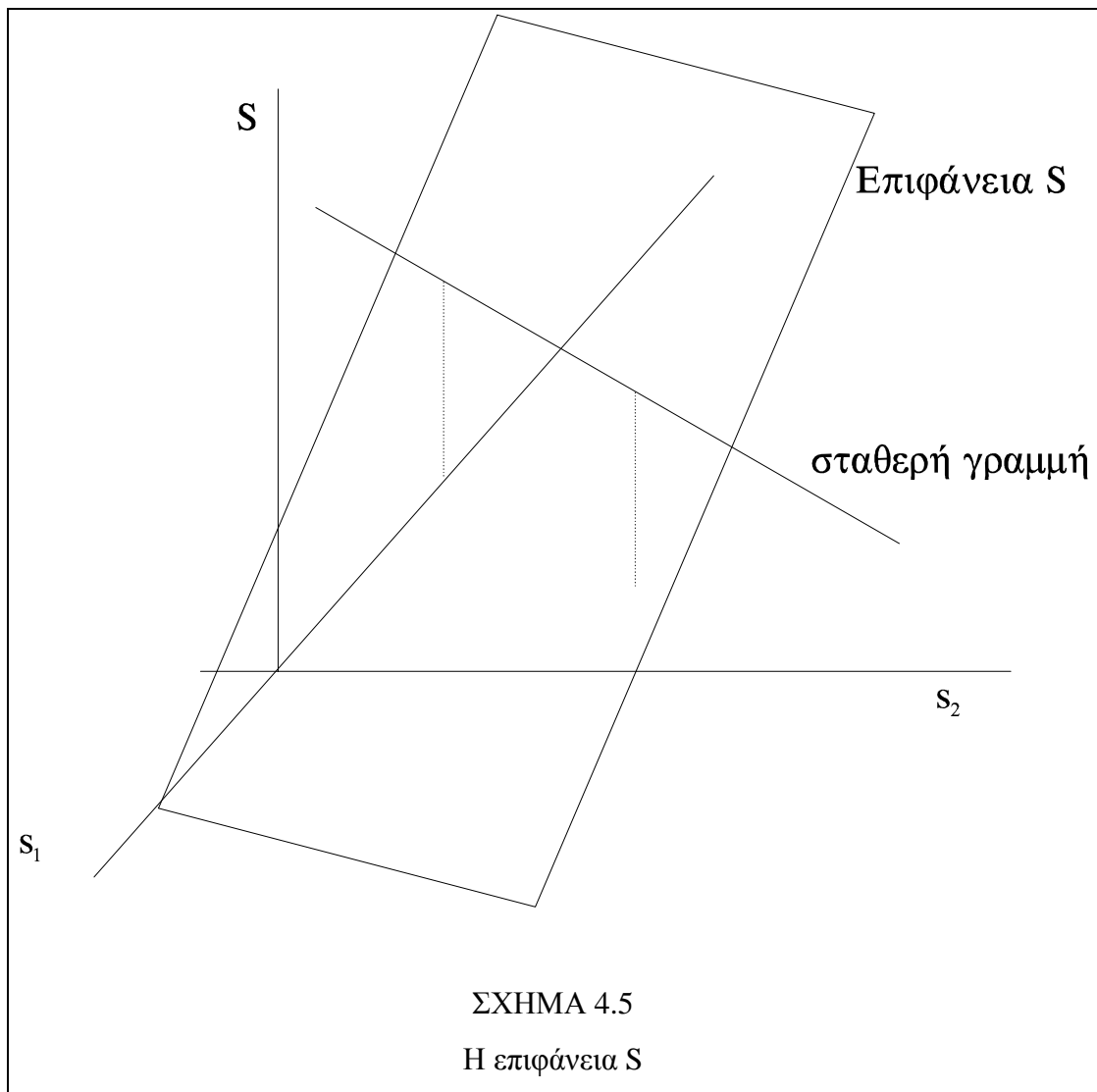


να παράγουν τις σχέσεις που περιλαμβάνονται στον πίνακα 4.1. Ας θεωρήσουμε ότι το κατώφλι $\theta=0.5$. Η αλγεβρική σχέση γίνεται:

$$s_1 w_1 + s_2 w_2 = 0.5$$

και περιγράφει το δίκτυό μας. Η εξίσωση αυτή είναι γραμμική ως προς s_1 και s_2 . Αυτό σημαίνει ότι όλες οι τιμές των s_1 και s_2 που ικανοποιούν την εξίσωση αυτή θα βρίσκονται σε μία ευθεία γραμμική στο επίπεδο x-y, όπως π.χ. η ευθεία του σχήματος 4.4. Οποιαδήποτε τιμή αν έχουν τα s_1 και s_2 πάνω στην γραμμή αυτή θα δώσουν $S=0.5$. Εάν τα s_1 και s_2 βρίσκονται στην μία πλευρά της γραμμής τότε $S > \theta$, και έξοδος=1. Αν τα s_1 και s_2 βρίσκονται στην άλλη πλευρά της γραμμής τότε $S < \theta$ και έξοδος=0. Αλλάζοντας τις τιμές w_1 και w_2 καθώς και την τιμή του θ , θα αλλάξει την κλίση και την θέση της γραμμής αυτής. Αυτό που θέλουμε εμείς όμως είναι τα σημεία (0,0) και (1,1) να βρίσκονται από την μία πλευρά της ευθείας, και τα σημεία (0,1) και (1,0) να βρίσκονται από την άλλη. Μόνον τότε το δίκτυο θα δίνει την σωστή απάντηση. Βλέπουμε ότι δεν υπάρχει κανένας τρόπος να τραβήξουμε μία ευθεία γραμμή, με οποιαδήποτε κλίση, που να ικανοποιεί την συνθήκη αυτή. Καταλήγουμε

λοιπόν στο συμπέρασμα ότι το δίκτυο του σχήματος 4.3, ανεξάρτητα από τιμές w_1, w_2 , και θ , δεν μπορεί να λύσει το πρόβλημα της συνάρτησης X-OR.



Σε μία διαφορετική απεικόνιση, στο σχήμα 4.5, έχουμε το επίπεδο x-y, με άξονες τα δύο σήματα εισόδου s_1 και s_2 , όπως και πριν, και το S στον άξονα των z . Δημιουργείται έτσι η επιφάνεια S , κάθε σημείο της οποίας είναι πάνω από το αντίστοιχο σημείο του x-y επιπέδου, και σε απόσταση η οποία δίδεται από την τιμή του S στο σημείο αυτό. Η κλίση της επιφάνειας αυτής είναι φυσικά σταθερή σε όλο το x-y επίπεδο. Τα σημεία εκείνα τα οποία δίδουν τιμή του S ίση με την τιμή κατωφλίου θ θα έχουν προβολή μια σταθερή γραμμή στην S επιφάνεια. Όλα τα σημεία από την μία πλευρά της γραμμής κατωφλίου θα έχουν προβολή στην S επιφάνεια σε μεγαλύτερες τιμές από την σταθερή γραμμή, ενώ τα σημεία από την άλλη πλευρά θα έχουν προβολή σε μικρότερες τιμές. Έτσι, η γραμμή κατωφλίου

διαίρει το x - y επίπεδο σε δύο περιοχές. Όλα τα σημεία από την μία πλευρά της γραμμής δίνουν έξοδο=0, και τα σημεία από την άλλη πλευρά δίνουν έξοδο=1.

4.2 Γραμμική διαχωρισιμότητα

Υπάρχουν πολλές συναρτήσεις, παρόμοιες με την συνάρτηση του X-OR, οι οποίες δεν μπορούν να παρασταθούν με ένα δίκτυο ενός μόνο νευρώνα. Για όλες αυτές τις συναρτήσεις λέμε ότι είναι γραμμικά μη διαχωρίσιμες.

Είδαμε ότι στην περίπτωση που έχουμε δύο εισόδους, τότε ο διαχωρισμός γίνεται από μία ευθεία γραμμή. Αν το πρόβλημά μας είχε τρεις εισόδους τότε ο διαχωρισμός θα γίνονταν από ένα επίπεδο που θα τέμνει τον τρισδιάστατο χώρο. Για την περίπτωση τεσσάρων και πάνω εισόδων, πρέπει να δημιουργήσουμε έναν υπερ-χώρο n διαστάσεων και ο οποίος θα τέμνεται από ένα υπερ-επίπεδο, το οποίο είναι ένα γεωμετρικό σχήμα που διαίρει τον χώρο σε τέσσερις ή παραπάνω διαστάσεις.

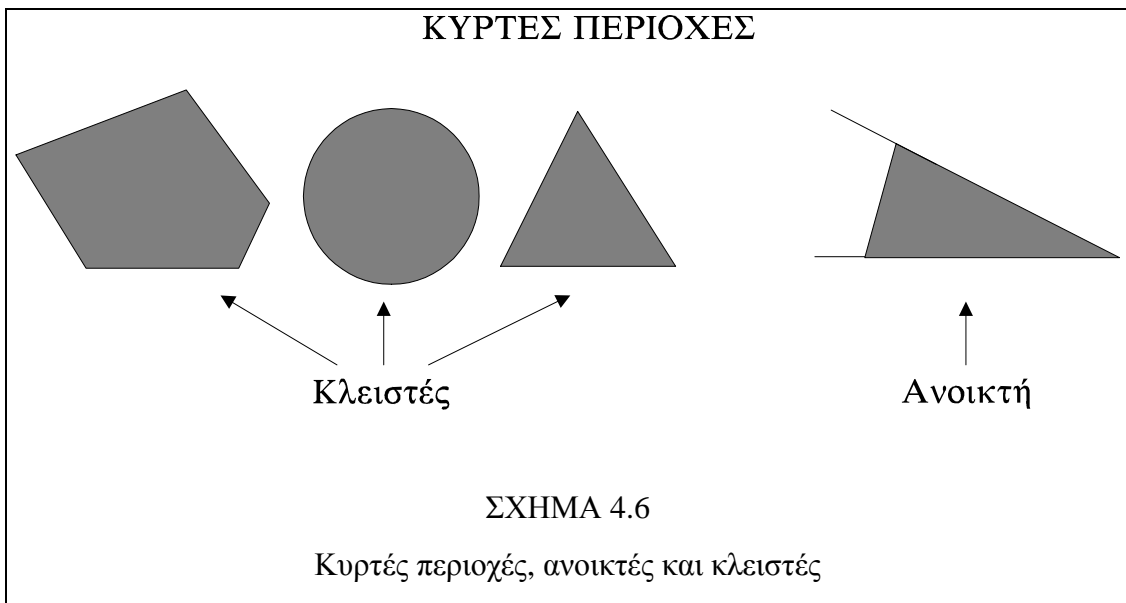
Δεν υπάρχει κανένας απλός τρόπος να ξέρουμε εκ των προτέρων εάν η συνάρτηση που μας παρουσιάζεται είναι γραμμικά διαχωρίσιμη, και μάλιστα όταν ο αριθμός των μεταβλητών είναι μεγάλος. Ένας νευρώνας με n εισόδους μπορεί να έχει 2^n διαφορετικούς συνδιασμούς από 0 και 1. Καθ' όσον κάθε συνδιασμός μπορεί να δώσει δύο διαφορετικές εξόδους (0 ή 1), υπάρχουν 2 εις την 2^n διαφορετικές συναρτήσεις n μεταβλητών. Καταλαβαίνουμε λοιπόν ότι η πιθανότητα είναι πολύ μικρή να είναι μία συνάρτηση γραμμικά διαχωρίσιμη, όταν μάλιστα υπάρχουν πολλές εισοδοί.

Ήδη από τα πρώτα χρόνια της ανάπτυξης των νευρωνικών δικτύων έγινε κατανοητό το πρόβλημα αυτό της γραμμικής διαχωρισιμότητας και οι περιορισμοί τους οποίους εισάγει.

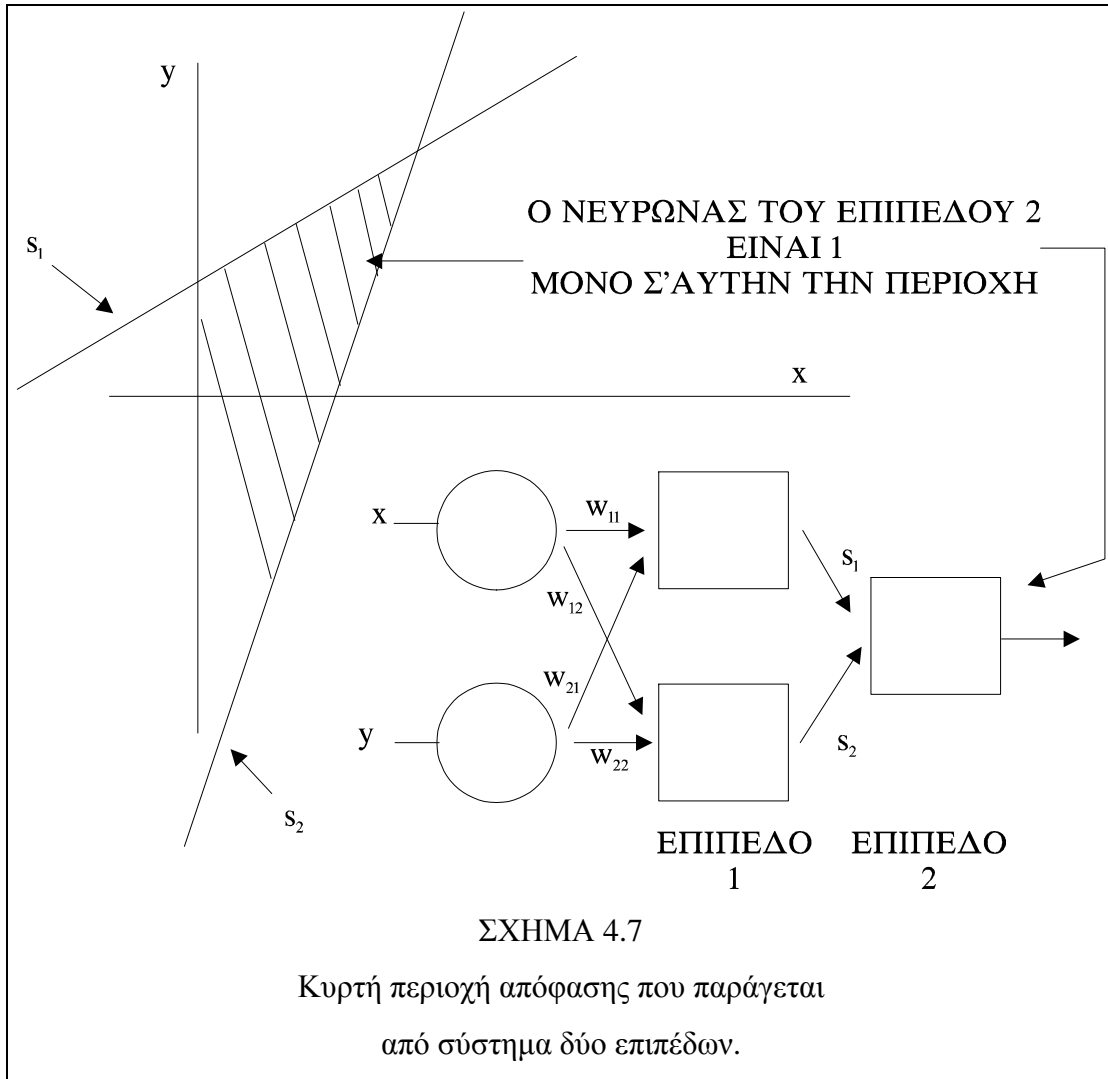
Η αδυναμία αυτή του αισθητήρα να λύσει τόσο απλά προβλήματα είναι το μεγαλύτερο μειονέκτημά του. Τα πιο πολλά προβλήματα δεν είναι γραμμικά διαχωρίσιμα, και τα λίγα προβλήματα που είναι, έχουν λυθεί πιο εύκολα με άλλους τρόπους. Αυτό ισχύει για προβλήματα κάθε φύσης, τεχνικά και μη. Η αναγνώριση αυτής της δυσκολίας, και η ανικανότητα του αισθητήρα να την λύσει, πραγματικά σταμάτησαν την έρευνα στην περιοχή αυτή.

Φυσική προέκταση λοιπόν του απλού μοντέλου ήταν να προταθεί ένα δίκτυο με δύο επίπεδα νευρώνων, αντί για ένα που έχει το στοιχειώδες μοντέλο. Το μοντέλο δύο

επιπέδων μπορεί να ξεχωρίσει σημεία που περιλαμβάνονται σε ανοιχτές ή κλειστές κυρτές περιοχές. Κυρτή περιοχή είναι η περιοχή στην οποία οποιαδήποτε δύο σημεία στην περιοχή αυτή μπορούν να ενωθούν από μία ευθεία γραμμή, η οποία ανήκει εξ ολοκλήρου στην περιοχή αυτή. Κλειστή κυρτή περιοχή είναι μία περιοχή στην οποία όλα τα σημεία περιέχονται μέσα στα όρια της (π.χ. ο κύκλος), ενώ ανοιχτή είναι η περιοχή στην οποία μερικά σημεία βρίσκονται έξω από τα προκαθορισμένα όρια (π.χ. περιοχή μεταξύ δύο παράλληλων γραμμών.) Διάφορες περιοχές φαίνονται στο σχήμα 4.6.



Θεωρούμε ένα νευρωνικό δίκτυο με δύο επίπεδα, και με δύο εισόδους που έρχονται στους δύο νευρώνες του πρώτου επιπέδου, όπως στο σχήμα 4.7. Οι δύο νευρώνες του πρώτου επιπέδου συνδέονται με ένα νευρώνα του δεύτερου επιπέδου. Ας υποθέσουμε ότι $\theta=0.75$ για τον νευρώνα του δεύτερου επιπέδου και ότι τα βάρη



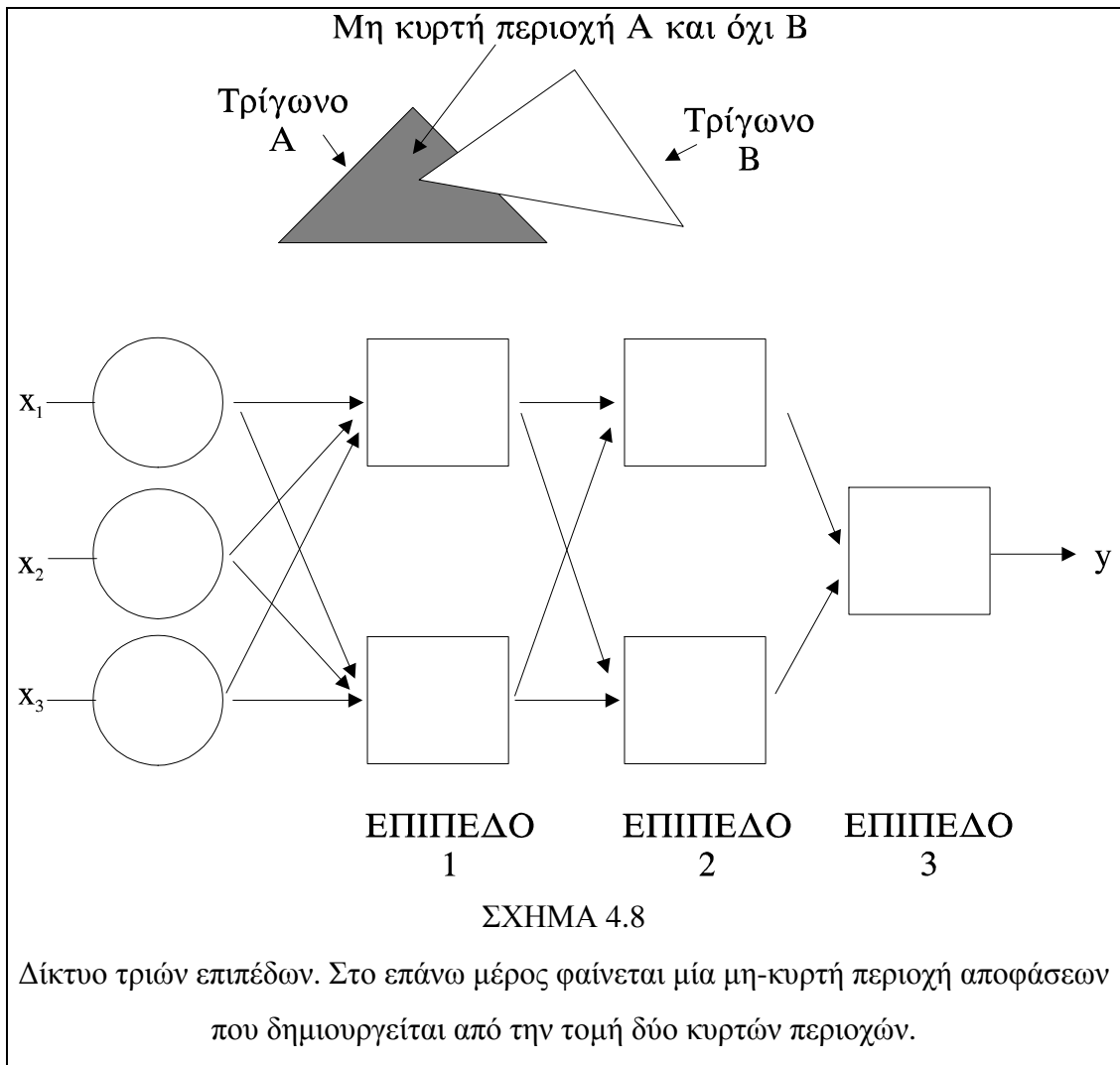
είναι και τα δύο ίσα προς 0.5. Στην περίπτωση αυτή, εάν η έξοδος των δύο νευρώνων του πρώτου επιπέδου είναι 1, τότε παράγεται ως έξοδος το 1 και από τον νευρώνα του δεύτερου επιπέδου. Αυτό όμως είναι ανάλογο ως ο νευρώνας εξόδου να εκτελεί την συνάρτηση του λογικού "και". Στο σχήμα 4.7 θεωρούμε ότι κάθε νευρώνας του πρώτου επιπέδου διαιρεί το x-y επίπεδο με τέτοιο τρόπο ώστε ο πρώτος από τους δύο νευρώνες να δίδει έξοδο=1 για εισόδους κάτω από την πάνω γραμμή, και ο άλλος νευρώνας να δίδει έξοδο=1 για εισόδους πάνω από την κάτω γραμμή. Μετά από αυτόν τον διπλό χωρισμό παρατηρούμε ότι η τελική έξοδος του δικτύου είναι 1 μόνον μέσα στην σκιασμένη περιοχή σχήματος V. Αν είχαμε χρησιμοποιήσει τρεις

νευρώνες στο επίπεδο εισόδου τότε θα είχαμε τρεις ευθείες τεμνόμενες γραμμές, οι οποίες δίδουν μια περιοχή σε σχήμα τριγώνου. Για περισσότερους νευρώνες θα δημιουργείται ένα πολύγωνο με ανάλογο αριθμό πλευρών. Όλα τα πολύγωνα αυτά είναι κυρτά επειδή σχηματίζονται από τις περιοχές των λογικών "και", και έτσι περιοχές που είναι κυρτές μπορούν να περιληφθούν. Σημεία που δεν μπορούν να περιληφθούν σε μία κυρτή περιοχή δεν μπορούν να διαχωριστούν από τα άλλα σημεία στο επίπεδο από ένα δίκτυο με δύο επίπεδα.

Ο νευρώνας του δεύτερου επιπέδου μπορεί να αναπαραστήσει και άλλες συναρτήσεις, εκτός από το λογικό "και". Για να γίνει αυτό θα πρέπει τα w και τα θ να επιλεγούν σωστά. Για να παραστήσει το λογικό "ή" θα πρέπει τουλάχιστον ένας από τους νευρώνες του πρώτου επιπέδου να έχει έξοδο=1. Υπάρχουν 16 δυαδικές συναρτήσεις δύο παραμέτρων. Αν επιλεγούν σωστά τα θ και w , ένα δίκτυο με δύο επίπεδα μπορεί να αναπαραστήσει τις 14 από αυτές, δηλ. όλες εκτός από το X-OR και το X-NOR.

Δεν είναι απαραίτητο οι εισοδοί να έχουν δυαδικές τιμές. Ένα διάγραμμα εισόδων με συνεχείς τιμές μπορεί να αναπαραστήσει ένα σημείο οπουδήποτε στο $x-y$ επίπεδο. Στην περίπτωση αυτή το δίκτυο υποδιαιρεί το επίπεδο σε συνεχείς περιοχές, κατ' αντίθεση στο να βγάζει ως έξοδο 0 ή 1. Η γραμμική διαχωρισσιμότητα όμως σε κάθε περίπτωση απαιτεί ότι η έξοδος του νευρώνα στο δεύτερο επίπεδο περιέχεται σε ένα τμήμα του $x-y$ επιπέδου που περικλείεται από ένα κυρτό πολύγωνο. Αν έχουμε δηλ. δύο περιοχές P και Q που πρέπει να διαχωρισθούν, τότε όλα τα σημεία της περιοχής P πρέπει να περιέχονται σε ένα κυρτό πολύγωνο το οποίο δεν περιέχει κανένα σημείο του Q , και αντιθέτως.

Στο σχήμα 4.8 έχουμε ένα δίκτυο με τρία επίπεδα. Οι ικανότητες του εξαρτώνται από τον αριθμό των νευρώνων και από τα βάρη w . Εδώ δεν υπάρχουν περιορισμοί κυρτότητας. Ο νευρώνας του τρίτου επιπέδου δέχεται ως είσοδο μια ομάδα κυρτών πολυγώνων και ο λογικός συνδιασμός τους δεν είναι απαραίτητο να είναι κυρτός. Στο σχήμα αυτό βλέπουμε δύο τρίγωνα, το A και το B . Τα δύο αυτά τρίγωνα συνδέονται με την συνάρτηση " A και όχι B ", και έτσι ορίζεται μια μη-κυρτή περιοχή. Όταν προσθέτουμε περισσότερους νευρώνες, ο αριθμός των πλευρών των πολυγώνων αυξάνεται χωρίς περιορισμό. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μπορούμε να περικλείουμε μια περιοχή οποιουδήποτε σχήματος, με όσο μεγάλη ακρίβεια θέλουμε. Επί πλέον, δεν είναι απαραίτητο να τέμνονται (δηλ. να έχουν κοινά σημεία) οι



περιοχές εξόδου του δεύτερου επιπέδου. Είναι δυνατόν να περικλείουμε διάφορες περιοχές, κυρτές και μη, και να δίδει το δίκτυο έξοδο=1 για κάθε περίπτωση που το διάνυσμα εισόδου βρίσκεται μέσα σε κάποια από αυτές.

Βλέπουμε λοιπόν από τα παραπάνω ότι έχει μεγάλη σημασία να ξεφύγουμε από την περίπτωση του ενός νευρώνα του στοιχειώδους αισθητήρα προς τα μοντέλα που έχουν πολλά επίπεδα. Παρ' όλα αυτά για πολλά χρόνια δεν υπήρχε κανένας επιτυχής αλγόριθμος εκπαίδευσης τέτοιων δικτύων και επομένως ήταν και πάλι περιορισμένα τα πράγματα που μπορούσαν να κάνουν τα δίκτυα αυτά.

4.3 Ικανότητα αποθήκευσης

Μία απλή σκέψη που υπήρχε από την αρχή που αναπτύχθηκαν τα νευρωνικά δίκτυα είναι το κατά πόσο θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν ως στοιχεία αποθήκευσης, όπως είναι π.χ. η μνήμη των ηλεκτρονικών υπολογιστών.

Η σκέψη είναι μήπως ο αριθμός των bits που απαιτώνται για να αποθηκεύσουμε μία πληροφορία στα w του perceptron είναι πολύ μικρότερος από ό,τι στην συνήθη μνήμη του υπολογιστή. Από το βιβλίο όμως του Minsky φάνηκε ότι ο αριθμός αυτός αυξάνεται πάρα πολύ γρήγορα, ταχύτερα από εκθετικά, με το μέγεθος του προβλήματος. Αυτό απαιτεί υπερβολικά μεγάλη μνήμη. Το συμπέρασμα τότε αναγκαστικά είναι ότι τα συστήματα αυτά περιορίζονται σε προβλήματα μικρού μεγέθους. Πάντως δεν υπάρχει ποσοτική σχέση για τα νευρωνικά δίκτυα που να σχετίζει τις παραμέτρους αυτές.

4.4 Η εκπαίδευση του αισθητήρα

Το γεγονός ότι τα νευρωνικά δίκτυα έχουν την ικανότητα να μαθαίνουν, να εκπαιδεύονται, είναι ίσως το πιο σημαντικό τους χαρακτηριστικό. Όπως και στα βιολογικά δίκτυα, έτσι και τα τεχνητά δίκτυα μεταβάλλονται από την εμπειρία που αποκτούν, στην προσπάθειά τους να δώσουν ως έξοδο το ζητούμενο σωστό αποτέλεσμα.

Όπως είδαμε νωρίτερα μπορούμε να αποφανθούμε εάν ένα δίκτυο ενός επιπέδου μπορεί να παραστήσει μία συνάρτηση, χρησιμοποιώντας το κριτήριο της γραμμικής διαχωρισιμότητας. Όταν η απάντηση είναι θετική, τότε πρέπει να μπορέσουμε να βρούμε τις κατάλληλες τιμές των w και θ . Μόνον τότε το δίκτυο θα έχει εκπαιδευτεί. Μία τέτοια διαδικασία προτάθηκε από τον Rosenblatt.

Η εκπαίδευση μπορεί να είναι είτε εποπτευόμενη είτε μη εποπτευόμενη. Η εποπτευόμενη εκπαίδευση σημαίνει ότι υπάρχει ένας δάσκαλος εκτός του δικτύου, ο οποίος συνεχώς εκτιμά την συμπεριφορά του συστήματος και καθοδηγεί όποιες αλλαγές χρειάζονται. Στην μη-εποπτευόμενη εκπαίδευση δεν υπάρχει τέτοιος “δάσκαλος”. Το δίκτυο οργανώνει από μόνο του την συμπεριφορά του και επιφέρει τις κατάλληλες αλλαγές. Η εκπαίδευση του αισθητήρα είναι εποπτευομένου τύπου.

Ο αλγόριθμος για την εκπαίδευση του αισθητήρα μπορεί να δημιουργηθεί με πρόγραμμα στον υπολογιστή. Έχει την εξής διαδικασία:

Στην αρχή της μάθησης το σύστημα δεν έχει καμία προηγούμενη γνώση. Τα βάρη w_i πρέπει να έχουν τυχαίες τιμές, π.χ. έχουν τιμές οι οποίες δίνονται από μία κατανομή ψευδοτυχαίων αριθμών, και είναι όλα $0 < w < 1$. Όταν παρουσιάζουμε μια νέα πληροφορία στο σύστημα, τότε το σύστημα την μαθαίνει με το να μεταβάλει τα βάρη του προς την σωστή κατεύθυνση. Η διαδικασία αυτή είναι ανάλογη με την

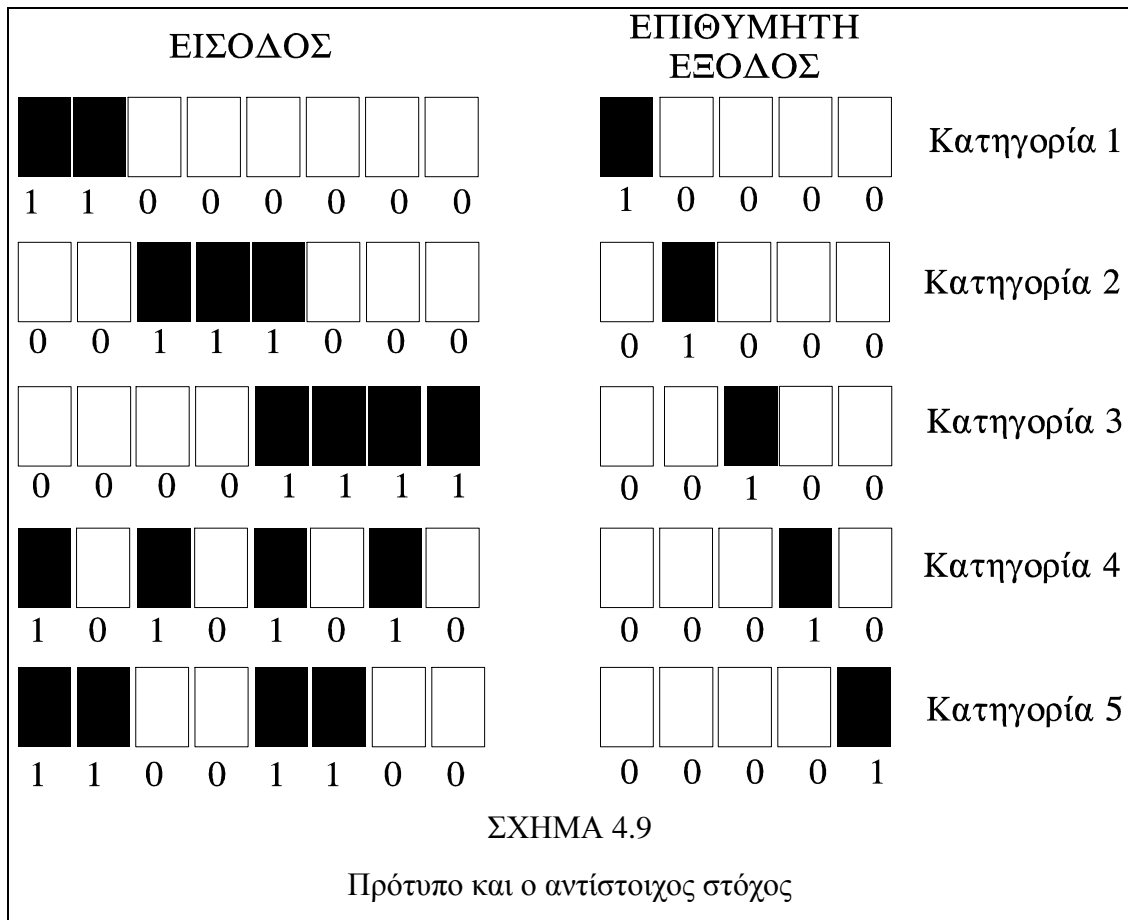
εξάσκηση που υφίσταται ένα βιολογικό σύστημα όταν μαθαίνει μια διεργασία. Η μεταβολή των βαρών συνεχίζεται μέχρις ότου το σύστημα μάθει το σήμα που του δόθηκε. Όταν συμβεί αυτό τότε σταματάει η μεταβολή των w_i και οι τελικές τιμές τους αποθηκεύονται και χρησιμοποιούνται περαιτέρω. Στο σημείο αυτό λέμε ότι το δίκτυο έχει εκπαιδευθεί, και έχει μάθει τα πρότυπα που του διδάξαμε.

4.5 Η διαδικασία εκμάθησης

Όλα τα νευρωνικά δίκτυα, συμπεριλαμβανομένου και του στοιχειώδους αισθητήρα, τα οποία υποβάλλονται σε μία διαδικασία εκμάθησης, ξεκινούν από μία κατάσταση κατά την οποία δεν έχουν καμμία απολύτως γνώση για το πρόβλημα το οποίο θα μελετήσουν. Κατά την διάρκεια της εκμάθησης παρουσιάζονται τα διάφορα πρότυπα, παραδείγματα (patterns), τα οποία ο αισθητήρας πρέπει να μάθει να αναγνωρίζει.

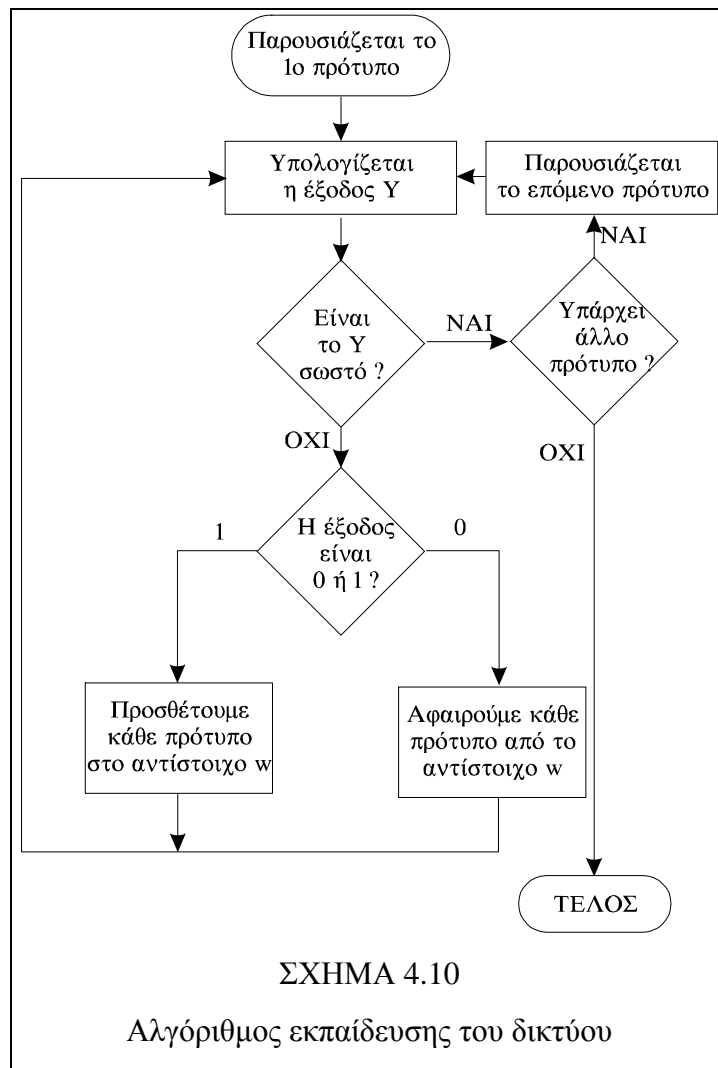
Τα παραδείγματα αυτά αποτελούν την ομάδα παραδειγμάτων εκμάθησης. Κάθε ομάδα αποτελείται από δύο τμήματα: Πρώτα είναι το τμήμα που περιλαμβάνει τα σήματα εισόδου, δηλ. οι τιμές s_1, s_2, s_3 κλπ. Δεύτερον, είναι το τμήμα που περιλαμβάνει τους στόχους εκμάθησης, αυτό δηλαδή το οποίο είναι το επιθυμητό αποτέλεσμα. Σε κάθε ομάδα εισερχομένων σημάτων αντιστοιχεί ένας μόνον στόχος, δηλ. υπάρχει μια μόνο σωστή απάντηση.

Ένα τέτοιο παράδειγμα δίδεται στο σχήμα 4.9. Κάθε πρότυπο είναι ένα ζεύγος διανυσμάτων, που αποτελείται από το διάνυσμα εισόδου και το διάνυσμα εξόδου. Κάθε φορά που παρουσιάζουμε ένα πρότυπο στην είσοδο ακολουθεί η γνωστή διαδικασία. Οι νευρώνες υπολογίζουν το άθροισμα S_i , το συγκρίνουν με το κατώφλι θ , και δίδουν στην έξοδο την πρόπουσα τιμή. Η τελική έξοδος του δικτύου συγκρίνεται με τη σωστή έξοδο, αυτή δηλ. που πρέπει να δίνει το δίκτυο, η οποία είναι γνωστή εκ των προτέρων, τον στόχο. Υπολογίζεται η διαφορά των δύο και το δίκτυο χρησιμοποιεί την διαφορά αυτή για να διορθώσει τις τιμές των w . Η διόρθωση γίνεται με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε το δίκτυο, συνολικά να δώσει ως έξοδο την επόμενη φορά μια τιμή που είναι πιο κοντά στην επιθυμητή.



Ο σκοπός της εκπαίδευσης είναι να βρεθεί μία μοναδική ομάδα τιμών των w , που όταν βρεθεί και χρησιμοποιηθεί, τότε το δίκτυο θα βρίσκει την σωστή τιμή για κάθε πρότυπο. Μετά την εκπαίδευση τα w δεν αλλάζουν καθόλου.

Η εκπαίδευση ακολουθεί το διάγραμμα στο σχήμα 4.10. Όταν ακολουθηθεί ο αλγόριθμος αυτός μετά από ορισμένα βήματα (περάσματα) το δίκτυο θα μάθει να αναγνωρίζει τα πρότυπα και θα δίνει κάθε φορά τη σωστή απάντηση. Υπάρχουν όμως αρκετά ερωτήματα. Είναι φανερό πρώτον ότι το δίκτυο μαθαίνει όλο το σέτ των προτύπων που του παρουσιάζονται. Το ερώτημα είναι πώς πρέπει να παρουσιάζονται τα πρότυπα, δηλ. σε μια δεδομένη σειρά, που επαναλαμβάνεται συνεχώς, ή πρέπει να επιλέγονται με τυχαίο τρόπο. Δεν υπάρχει θεωρητική σωστή απάντηση σε αυτό.



Ο πιο συνηθισμένος κανόνας για την διόρθωση των βαρών w στην γενική περίπτωση συνεχών τιμών των εισόδων και εξόδων (και όχι 0 ή 1) είναι ο κανόνας Δέλτα. Ορίζεται ως παράμετρος δ η διαφορά εξόδου και στόχου δηλ.

$$\delta = t - o$$

όπου t είναι ο στόχος (αρχικό από το target), και ο o η έξοδος (αρχικό από το output), που δίδεται μια δεδομένη στιγμή. Εάν $\delta = 0$ τότε η έξοδος είναι σωστή και δεν γίνεται καμία διόρθωση (αυτό αντιστοιχεί σε απάντηση “Ναι” στο ερώτημα είναι το Y σωστό στο διάγραμμα 4.10). Εάν $\delta > 0$ ή $\delta < 0$ τότε θα γίνει διόρθωση (η περίπτωση $\delta > 0$ αντιστοιχεί σε απάντηση “Όχι” στο ερώτημα είναι το Y σωστό), οπότε αφαιρούμε την τιμή κάθε πρότυπου από το αντίστοιχο w . Ανάλογα και για $\delta < 0$.

Υπολογίζουμε τώρα την ποσότητα Δ .

$$\Delta_i = \eta \delta x_i$$

όπου x_i είναι η τιμή του σήματος εισόδου, και η είναι μια σταθερά που δίνει τον "ρυθμό εκπαίδευσης". Ακολουθως:

$$w_i(n+1) = w_i(n) + \Delta_i$$

όπου $w_i(n+1)$ είναι η τιμή του βάρους i μετά την διόρθωση στο βήμα $n+1$, $w_i(n)$ είναι η τιμή του πριν την διόρθωση στο βήμα n . Ο κανόνας αυτός μεταβάλλει ένα βάρος w_i μόνον αν το σήμα $x_i=1$, αλλά δεν το μεταβάλλει αν $x_i=0$, διότι τότε $\Delta_i=0$. Επίσης, θα πρέπει $\eta \neq 0$, για να γίνει οποιαδήποτε μεταβολή. Η τιμή του η είναι συνήθως $\eta < 1$. Ο χρόνος εκπαίδευσης είναι μεγάλος αν το η είναι μικρό, ενώ μικραίνει όταν το η είναι μεγαλύτερο.

Σύνοψη:

Βιβλιογραφία