

## ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

1. Δημιουργείστε ένα πρόγραμμα που να υπολογίζει τον μέσο όρο  $N$  τυχαίων αριθμών που να προκύπτουν από μια ομαλή κατανομή τυχαίων αριθμών και που να βρίσκονται στο διάστημα  $[0,1]$ . Το πρόγραμμα πρέπει να τρέξει για  $N = 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000$  τυχαίους αριθμούς. Κάντε την γραφική παράσταση του μέσου όρου ως συνάρτηση του  $N$  (ο άξονας των  $N$  θα πρέπει να είναι σε λογαριθμική κλίμακα). Περιγράψτε τι συμπεράσματα βγάξετε από τα αποτελέσματα σας. Ως αρχικό seed χρησιμοποιείστε τον αριθμό μητρώου σας (όπως και σε όλες τις επόμενες ασκήσεις).
  
2.
  - a. Δημιουργείστε ένα πρόγραμμα στο οποίο ένα σωματίδιο θα εκτελεί μια τυχαία διαδρομή για  $N=1000$  βήματα για τις δυο ακόλουθες περιπτώσεις: (α) σε ένα μονοδιάστατο σύστημα (β) σε ένα διδιάστατο σύστημα. Το πρόγραμμα θα πρέπει να υπολογίζει την τετραγωνική μετατόπιση  $R^2$ . Τρέξτε το πρόγραμμα για 100000 πραγματοποιήσεις (runs) και βρείτε την μέση τετραγωνική μετατόπιση  $\langle R^2 \rangle$ .
  - b. Απαντήστε στα ίδια ερωτήματα, μόνο που αυτή τη φορά θεωρείστε το χώρο διδιάστατο και συνεχή. Το σωματίδιο θα έχει τη δυνατότητα να κινηθεί σε οποιαδήποτε κατεύθυνση με διακριτότητα μίας μοίρας (π.χ. σε κάθε βήμα, επιλέγεται τυχαία μια ακέραια τιμή στο **[0, 360]**). Οι θέσεις να έχουν ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων (π.χ. 25.32, 44.76). Συγκρίνετε τα αποτελέσματα με αυτά του διακριτού χώρου και αναλύστε τα συμπεράσματα σας.
  
3. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2\sin(x) - \exp(x)/4 - 1$ , η οποία έχει δύο μηδενικές τιμές κοντά στο  $x = -5$ .
  - a. Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο διχοτόμησης για να βρείτε αυτές τις ρίζες ξεκινώντας από το  $[-7, -5]$  και από το  $[-5, -3]$ .
  - b. Πόσες επαναλήψεις χρειάζονται για να πετύχετε ακρίβεια 5 δεκαδικών ψηφίων;
  - c. Κάντε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης.
  - d. Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο Newton για να βρείτε 3 ρίζες της συνάρτησης (όποιες θέλετε εσείς).
  - e. Πόσες επαναλήψεις χρειάζονται για να πετύχετε ακρίβεια 5 δεκαδικών ψηφίων;
  - f. Αναπτύξτε τα συμπεράσματα σας για τις 2 μεθόδους.

4. Έστω η συνάρτηση  $f(x) = x^2$ .

Υπολογίστε τη θεωρητική τιμή του ολοκληρώματος στο διάστημα  $[0,2]$ .

Χρησιμοποιείστε τη μέθοδο των τραπεζίων για να υπολογίσετε το παραπάνω ολοκλήρωμα. Διαμερίστε το διάστημα  $[0,2]$  σε  $N=10, 100, 1000$  ισομήκη διαστήματα. Υπολογίστε την απόκλιση από τη θεωρητική τιμή. Τι παρατηρείτε;

Εφαρμόστε τη μέθοδο Monte Carlo για τον υπολογισμό του παραπάνω ολοκληρώματος για  $N=1000, 10000, 100000$  σημεία. Συγκρίνετε με τη θεωρητική τιμή. Τι παρατηρείτε;

Ποια μέθοδος, κατά τη γνώμη σας, είναι η βέλτιστη για τον υπολογισμό του συγκεκριμένου ολοκληρώματος; Με ποια κριτήρια την επιλέξατε;